

# KONCIPOVÁNÍ MODELU ZEMĚDĚLSTVÍ S PRODUKČNÍ A MIMOPRODUKČNÍ FUNKCÍ

## CONCEPTION OF MODEL OF AGRICULTURE WITH PRODUCTION AND NON-PRODUCTION FUNCTION

**Jiří Tvrdoň**

### **Abstract:**

The article deals with an optimisation of a relation between production and non-production mission of agriculture. In the model a two-product production process is supposed a result of which is agricultural production and a complex of other effects arising in agriculture. To obtain them two aggregated inputs – a capital and a labour are used. To maximize a summary economic result a procedure of derivation of optimal extent of both production processes proceeding as well as non-production effects in minimisation of both inputs in their summary is work out in the article. In the article knowledge of research are included gained in framework of solution of the institutional research intention CEZ: J03/98:411100013 „Efficient integration of the Czech agrarian sector in frame of European structures – presumption of sustainable development“.

### **Key word:**

production and non-production function, model of agriculture, production process, agricultural production

### **Abstrakt:**

Článek se zabývá optimalizací vztahu meziprodukčním a mimoprodukčním posláním zemědělství. V modelu se předpokládá dvouproduktový výrobní proces, jehož výsledkem je zemědělská produkce a souhrn všech ostatních efektů vznikajících v zemědělství. K jejich získání jsou vynaloženy dva agregované vstupy – kapitál a práce. K maximalizaci souhrnného ekonomického výsledku je v článku rozpracován postup odvození optimálního rozsahu obou výrobních procesů poskytujících jak produkční, tak mimoprodukční efekty při minimalizaci obou vstupů v jejich souhrnu. V článku jsou zahrnuty poznatky z výzkumu získané v rámci řešení institucionálního výzkumného záměru CEZ: J03/98:411100013 „Efektivní integrace českého agrárního sektoru v rámci evropských struktur – předpoklad trvale udržitelného rozvoje“.

### **Klíčová slova:**

produkční a mimoprodukční funkce, model zemědělství, výrobní proces, zemědělská produkce

### **Úvod**

V návaznosti na rostoucí výkonnost zemědělství v zemích s rozvinutou tržní ekonomikou se zvyšuje i ekonomická síla zemědělských podniků umožňující několikanásobné zintenzivnění reprodukčního procesu na obhospodařované půdě. Omezená absorpční kapacita půdy však neumožňuje zvyšování intenzity vstupů nad jejich limitní úroveň vyplývající jednak z biologicko technologických procesů a jednak z relativně stabilní poptávky po potravinách a následně po zemědělských surovinách. V předních zemědělských podnicích, které jsou rozhodující ve využívání moderních technologií se tak utváří volné peněžní prostředky s limitovanou možností jejich alokace do zemědělství. Mají pak umístění

v nezemědělských aktivitách. Výrobní cíl podniků se tak rozšiřuje a zahrnuje stále pestřejší škálu výstupů, řada z nich je i nehmotné povahy, z vnitřních ekonomických stimulů. Současně se mění i poptávka po zemědělských surovinách a výrobcích nehmotné povahy, která představuje vnější stimuly vzniku multifunkčního zemědělství.

Z hlediska podmínek rovnovážného vývoje je pak účelné nalézt vhodnou transformační funkci – křivku výrobních a nevýrobních možností a využít ji pro stanovení ekonomicky zdůvodněných vztahů mezi těmito podnikovými aktivitami.

## 2. Cíl a metodika

Cílem článku je s využitím meziodvětvových vztahů analyzovat optimální relace mezi produkčním posláním zemědělství a jeho mimoprodukčními aktivitami.

Pracovní hypotéza vychází z následujících předpokladů:

- (i) Produkční procesy na podnikové úrovni jsou vyjádřeny produkční funkcí s agregovanými vstupy – kapitálu a práce a agregovanými výstupy.
- (ii) Mimoprodukční činnosti v oblasti naplňování dalších funkcí zemědělství, jejichž výčet se může v jednotlivých podnicích lišit, budou v každém případě vyžadovat k jejich provozování analogické vstupy
- (iii) Výše uvedený předpoklad platí i při interpretaci krajinytvorné funkce zemědělství v pojetí sdruženého produktu, jakožto významného atributu multifunkčního zemědělství. Krajinytvorná funkce je vesměs vedlejším, i když stále významnějším výsledkem produkčních činností zemědělství. Z hlediska agregovaného výstupu zemědělství respektující veškeré jeho procesy se jedná o meziprodukt.
- (iv) Rovněž další výstupy multifunkčního zemědělství, i nehmotné povahy, budou vyžadovat kapitál a práci; jinak by to znamenalo narušení principu homeostáze
- (v) Agregací podnikových výsledků se pak utváří multifunkční charakter odvětví jako celku.

V této návaznosti lze pak při řešení uvedeného cíle využít principů produkčního modelování. Výroba je v jeho rámci představována modely, ve kterých jsou použity jeden nebo dva vstupy na vytvoření jednoho výstupu, nebo souhrn jednotlivých vstupů na výrobu dvou výstupů. Tyto modely mohly být jednoduše vysvětleny pomocí grafů, protože nebylo potřeba víc než 3 os ( $x_1$ ,  $x_2$  a  $y$  nebo  $y_1$ ,  $y_2$  a  $x$ ), a výsledný graf neobsahoval více než tři rozměry. Většina podniků však používá mnoho různých vstupů na výrobu mnoha různých výstupů, což vede až k multifunkčnímu zemědělství. Přestože tyto modely nemohou být často znázorněny graficky, platí pro ně stejná, stále používaná pravidla maximalizace a minimalizace, existující v modelech faktor-produkt, faktor-faktor a produkt-produkt. V další části článku je uveden pokus o formulaci některých obecných pravidel, která platí pro podniky, které využívají mnoho vstupů na produkci mnoha výstupů naplňujících multifunkční poslání zemědělství.

## 3. Výsledky analýzy

### 3.1. Koncipování modelu

Předpokládejme, že zemědělský podnik používá dva vstupy, kapitál ( $x_1$ ) a práce ( $x_2$ ), na výrobu dvou výstupů, zemědělské produkce ( $y_1$ ) a nezemědělských aktivit ( $y_2$ ). Průměrná cena jednotky zemědělské produkce je 4,- Kč, nezemědělských aktivit 8,- Kč/hod. Úroková míra-cena kapitálu je 10 % a cena jednotky práce 10,- Kč. Tabulka 1 ukazuje výnosy a hodnotu VMP pro každý vstup ve výrobě na každý výstup.

Údaje v tabulce, i když jsou jistě užitečné pro představu základní logiky principu stejného mezního výnosu, problém silně zjednodušují. Mezní produkt každé jednotky kapitálu bude nezávislý na disponibilitě druhého vstupu. Tudíž základní produkční funkce každého

výstupu nepředstavuje žádné vzájemné působení dvou vstupů a proto je spíše doplňkové než multiplikativní.

Předpokládejme, že zemědělský podnik má k dispozici pouze 100 Kč na nákup celkem 10 jednotek vstupů. Tabulka 2 ukazuje, jak bude každá jednotka vstupů alokována. Jednotka 1 a 2 vyrobí stejnou hodnotu *VMP* obdobně jako jednotka 3, o něco nižší 4 a 5 rovněž, jakož i 8, 9 a 10. Takže nezáleží na tom, která jednotka je alokována jako první v rámci dané skupiny.

Základní pravidlo stejné mezní návratnosti vyžaduje, aby

$$p_1 MPP_{x_1 y_1} / v_1 = p_2 MPP_{x_1 y_2} / v_1 = p_1 MPP_{x_2 y_1} / v_2 = p_2 MPP_{x_2 y_2} / v_2 = K \quad (1)$$

Hodnota mezního produktu každého vstupu ve výrobě každého výstupu bude stejná a rovná určitému číslu *K*. Číslo *K* je ve skutečnosti Langrangeův multiplikátor nebo duální hodnota dalšího dolaru pro nákup vstupů.

**Tabulka 1 Dva vstupy ve výrobě dvou výstupů<sup>a</sup>**

| Jednotky vstupů | Zeměd. produkce z kapitálu | VMP <sub>x<sub>1</sub>y<sub>1</sub></sub> | Nezeměd. aktivity z kapitálu | VMP <sub>x<sub>1</sub>y<sub>2</sub></sub> | Zeměd. produkce ze vstupů práce | VMP <sub>x<sub>2</sub>y<sub>1</sub></sub> | Nezeměd. aktivity ze vstupů práce | VMP <sub>x<sub>2</sub>y<sub>2</sub></sub> |
|-----------------|----------------------------|-------------------------------------------|------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------|
| 0               | 70                         |                                           | 30                           |                                           | 80                              |                                           | 20                                |                                           |
| 1               | 90                         | 80                                        | 35                           | 40                                        | 95                              | 60                                        | 30                                | 80                                        |
| 2               | 105                        | 60                                        | 40                           | 40                                        | 110                             | 60                                        | 38                                | 64                                        |
| 3               | 115                        | 40                                        | 43                           | 24                                        | 120                             | 40                                        | 44                                | 48                                        |
| 4               | 120                        | 20                                        | 45                           | 16                                        | 125                             | 20                                        | 47                                | 24                                        |
| 5               | 122                        | 8                                         | 47                           | 16                                        | 128                             | 12                                        | 48                                | 8                                         |
| 6               | 122                        | 0                                         | 49                           | 16                                        | 130                             | 8                                         | 48                                | 0                                         |
| 7               | 120                        | -8                                        | 50                           | 8                                         | 131                             | 4                                         | 47                                | -8                                        |
| 8               | 118                        | -8                                        | 49                           | -8                                        | 131                             | 0                                         | 45                                | -16                                       |
| 9               | 114                        | -16                                       | 47                           | -16                                       | 130                             | -4                                        | 42                                | -24                                       |
| 10              | 109                        | -20                                       | 44                           | -24                                       | 128                             | -8                                        | 38                                | -32                                       |

<sup>a</sup>Průměrná cena zemědělské produkce je 4 Kč, nezemědělských aktivit 8 Kč. Cena jednotky kapitálu a práce je 10 Kč.

**Tabulka 2 Rozvržení dvou druhů vstupů pro zemědělskou produkci a nezemědělské aktivity**

| Jednotka | Vstup   | Výstup                |
|----------|---------|-----------------------|
| 1        | kapitál | zemědělská produkce   |
| 2        | práce   | nezemědělské aktivity |
| 3        | práce   | nezemědělské aktivity |
| 4        | kapitál | zemědělská produkce   |
| 5        | práce   | zemědělská produkce   |
| 6        | práce   | zemědělská produkce   |
| 7        | práce   | nezemědělské aktivity |
| 8        | kapitál | zemědělská produkce   |
| 9        | kapitál | nezemědělské aktivity |
| 10       | kapitál | nezemědělské aktivity |

V tomto případě cena obou vstupů  $v_1$  a  $v_2$  byla stejná 10 Kč na jednotku. Poslední jednotka vstupů v tomto příkladě vytvořila hodnotu 40 Kč, poslední jednotka práce aplikovaná v nezemědělských aktivitách vytvořila hodnotu 48 Kč. Správné rozvržení by vyústilo ve stejný poměr VMP k ceně vstupu ve výrobě každého výstupu. V tabulce to není možné přesně uvést pro její složitost. S výjimkou sedmé alokace ( $K$  by se rovnalo 4,8) bylo číslo  $K$  4 Kč. Poslední koruna spotřebovaná na každý vstup ve výrobě každého výstupu přinesl zpět 4 Kč.

Celkový obecný vztah maximalizace zisku vyžaduje, aby

$$p_1 MPP_{x_1 y_1} / v_1 = p_2 MPP_{x_1 y_2} / v_1 = p_1 MPP_{x_2 y_1} / v_2 = p_2 MPP_{x_2 y_2} / v_2 = 1 \quad (2)$$

Na straně vstupu

$$MRS_{x_1 x_2} = v_1 / v_2 \quad (3)$$

ve výrobě každého výstupu. Na straně výstupu

$$RPT_{y_1 / y_2} = p_1 / p_2 \quad (4)$$

pro každý vstup.

### 3.2. Principy optimalizace za předpokladu disponibility faktorů

Předpokládejme, že výroba dvou výstupů je řízena dvěma produkčními funkcemi, každá s dvěma vstupy. Máme tedy

$$y_1 = h(x_{11}, x_{21}) \quad (5)$$

$$y_2 = j(x_{12}, x_{22}) \quad (6)$$

kde  $y_1$  a  $y_2$  udávají výstup a  $h$  a  $j$  jsou produkčními funkcemi pro  $y_1$  a  $y_2$ . První index u každého  $x$  znamená vstup, druhý pak výrobek, na jehož výrobu byl použit. Například  $x_{21}$  je vstup  $x_2$ , který je uplatněn na  $y_1$ .

Celkové množství  $x_1$  a  $x_2$  je použito na výrobu  $y_1$  a  $y_2$

$$x_1 = x_{11} + x_{12} \quad (7)$$

$$x_2 = x_{21} + x_{22} \quad (8)$$

Celkový zisk z realizace  $y_1$  a  $y_2$  je

$$R = p_1 y_1 + p_2 y_2 \quad (9)$$

$$= p_1 h(x_{11}, x_{12}) + p_2 j(x_{12}, x_{22}) \quad (10)$$

kde  $p_1$  a  $p_2$  jsou ceny  $y_1$  a  $y_2$ . Celkové náklady představují souhrn hodnot  $x_1$  a  $x_2$  násobené jejich příslušnými cenami.

$$C = v_1 x_1 + v_2 x_2 \quad (11)$$

$$= v_1 (x_{11} + x_{12}) + v_2 (x_{21} + x_{22}) \quad (12)$$

Zisk ( $\Pi$ ) představuje rozdíl mezi výnosy a náklady:

$$\Pi = R - C$$

$$= p_1 y_1 + p_2 y_2 - v_1 x_1 - v_2 x_2$$

$$= p_1 h(x_{11}, x_{12}) + p_2 j(x_{12}, x_{22}) - v_1 (x_{11} + x_{12}) + v_2 (x_{21} + x_{22}) \quad (13)$$

Nyní ať

$$h_1 = \partial h / \partial x_{11} \quad (14)$$

$$h_2 = \partial h / \partial x_{21} \quad (15)$$

$$j_1 = \partial j / \partial x_{12} \quad (16)$$

$$j_2 = \partial j / \partial x_{22} \quad (17)$$

Základní podmínky maximálního zisku vyžadují položení první derivace ziskové funkce (13) rovné nule s ohledem na použitý vstup ve výrobě každého výstupu:

$$\partial \Pi / \partial x_{11} = p_1 h_1 - v_1 = 0 \quad (18)$$

$$\partial \Pi / \partial x_{21} = p_1 h_2 - v_2 = 0 \quad (19)$$

$$\partial \Pi / \partial x_{12} = p_2 j_1 - v_1 = 0 \quad (20)$$

$$\partial \Pi / \partial x_{22} = p_2 j_2 - v_2 = 0 \quad (21)$$

Rovnice (18) až (21) mohou být vyjádřeny mnoha způsoby. Jedním z nich je

$$p_1 h_1 / v_1 = p_2 j_1 / v_1 = p_1 h_2 / v_2 = p_2 j_2 / v_2 = 1 \quad (22)$$

Parciální derivace  $h_1$  je mezní produkt  $x_1$  při výrobě  $y_1$  nebo  $MPP_{x_1 y_1}$ ;  $j_1$  je mezní produkt  $x_1$  při výrobě  $y_2$  nebo  $MPP_{x_1 y_2}$ ;  $h_2$  je mezní produkt  $x_2$  při výrobě  $y_1$  nebo  $MPP_{x_2 y_1}$ ;  $j_2$  je mezní produkt  $x_2$  při výrobě  $y_2$  nebo  $MPP_{x_2 y_2}$ . Vzhledem k tomu rovnice (22) může být přepsána jako:

$$p_1 MPP_{x_1 y_1} / v_1 = p_2 MPP_{x_1 y_2} / v_1 = p_1 MPP_{x_2 y_1} / v_2 = p_2 MPP_{x_2 y_2} / v_2 = 1 \quad (23)$$

Zemědělský podnik by měl rozvrhnout vstupy tak, aby poslední dolar investovaný na každý vstup ve výrobě přinesl přesně jeden dolar. Langrangeův multiplikátor v příkladu maximalizace zisku je 1.

Jiným způsobem zápisu rovnic (18) až (21) je:

$$-h_1 / h_2 = dx_2 / dx_1 = v_1 / v_2 \quad \text{ve výrobě } y_1 \quad (24)$$

$$-j_1 / j_2 = dx_2 / dx_1 = v_1 / v_2 \quad \text{ve výrobě } y_2 \quad (25)$$

Mezní míra záměny  $x_1$  za  $x_2$  se musí rovnat převrácenému cenovému poměru ve výrobě obou výstupů.

Jiný způsob přepsání rovnic (18) až (21) je následující:

$$(p_1 h_1 / v_1) / (p_2 j_1 / v_1) = 1 \quad (26)$$

$$(h_1 / j_1)(p_1 / p_2) = 1 \quad (27)$$

$$j_1 / h_1 = p_1 / p_2 \quad (28)$$

$$dy_2 / dy_1 = p_1 / p_2 \quad \text{pro vstup } x_1 \quad (29)$$

$$RPT_{y_1 y_2} = p_1 / p_2 \quad \text{pro vstup } x_1 \quad (30)$$

Podobně

$$j_2 / h_2 = p_1 / p_2 \quad (31)$$

$$dy_2 / dy_1 = p_1 / p_2 \quad \text{pro vstup } x_2 \quad (32)$$

$$RPT_{y_1 y_2} = p_1 / p_2 \quad \text{pro vstup } x_2 \quad (33)$$

Míra transformace výrobku musí být stejná pro oba vstupy do výroby s dvěma výstupy a musí se rovnat převrácené hodnotě poměru cen obou výrobků.

Samozřejmě

$$h_1 = MPP_{x_1 y_1} = v_1 / p_1 \quad (34)$$

$$h_2 = MPP_{x_2 y_1} = v_2 / p_1 \quad (35)$$

$$j_1 = MPP_{x_1 y_2} = v_1 / p_2 \quad (36)$$

$$j_2 MPP_{x_2 y_2} = v_2 / p_2 \quad (37)$$

V rovnicích (34) až (37) se musí mezní produkt každého vstupu ve výrobě každého výstupu rovnat příslušnému poměru cen faktorů a produktů.

### 3.3. Optimalizace při omezené dostupnosti faktorů

Tento problém může být řešen v rámci omezené maximalizace. Účelová funkce je maximalizace výnosu podmíněná omezením dostupnosti zdrojů na nákup  $x_1$  a  $x_2$ .

Výnos je

$$R = p_1 y_1 + p_2 y_2 = p_1 j(x_{12}, x_{22}) \quad (38)$$

Náklady jsou

$$C^o = v_1 x_{11} + v_1 x_{12} + v_2 x_{21} + v_2 x_{22} \quad (39)$$

Všechny zápisy jsou stejné jako v části o obecných zásadách. Pro odvození Langrangeova multiplikátoru lze psát

$$L = p_1 h(x_{11}, x_{21}) + p_2 j(x_{12}, x_{22}) + \lambda (C^o - v_1 x_{11} - v_1 x_{12} - v_2 x_{21} - v_2 x_{22}) \quad (40)$$

Odpovídající nutné podmínky pro maximalizaci příjmu s omezením jsou

$$\partial L / \partial x_{11} = p_1 h_1 - \lambda v_1 = 0 \quad (41)$$

$$\partial L / \partial x_{12} = p_1 h_2 - \lambda v_1 = 0 \quad (42)$$

$$\partial L / \partial x_{21} = p_2 j_1 - \lambda v_2 = 0 \quad (43)$$

$$\partial L / \partial x_{22} = p_2 j_2 - \lambda v_2 = 0 \quad (44)$$

Rovnice (41) až (44) mohou být také přepsány mnoha způsoby. Např.

$$p_1 h_1 / v_1 = p_2 j_1 / v_1 = p_1 h_2 / v_2 = p_2 j_2 / v_2 = \lambda \quad (45)$$

Parciální derivace  $h_1$  je mezní produkt  $x_1$  při výrobě  $y_1$  nebo  $MPP_{x_1 y_1}$ ;  $j_1$  je mezní produkt  $x_1$  při výrobě  $y_2$  nebo  $MPP_{x_1 y_2}$ ;  $h_2$  je mezní produkt  $x_2$  při výrobě  $y_1$  nebo  $MPP_{x_2 y_1}$ ;  $j_2$  je mezní produkt  $x_2$  při výrobě  $y_2$  nebo  $MPP_{x_2 y_2}$ . Takže rovnice (45) může být zapsána ve tvaru

$$p_1 MPP_{x_1 y_1} / v_1 = p_2 MPP_{x_1 y_2} / v_1 = p_1 MPP_{x_2 y_1} / v_2 = p_2 MPP_{x_2 y_2} / v_2 = \lambda \quad (46)$$

Langrangeův multiplikátor  $\lambda$  je duální hodnota další koruny  $k$  pro vstupy při výrobě  $y_1$  a  $y_2$  optimálně alokované. Uvedené nutné podmínky vymezují optimální kombinaci zemědělských a nezemědělských aktivit a optimální kombinaci vstupů na jejich dosažení.

#### 4. Diskuse

Naznačený optimalizační postup je koncipován pro dva agregované výstupy a dva agregované vstupy. Uplatněná agregace umožnila současné využití kritérií z obvyklé analýzy odvětvové transformační funkce, jakož i z oblasti analýzy izokvantové funkce. Vyjádření vstupů a výstupů v této úrovni agregace však nelze dosti dobře aplikovat při řešení konkrétní alokace zdrojů k zabezpečení optimálního rozsahu multiplikačního zemědělství včetně jeho produkční funkce, vzhledem k požadavku odvození průměrných cen vstupů a výstupů. I v případě kvalifikovaných odhadů, které dosahují v návaznosti na rozvoj teorie oceňování externalit stále přesnějších výsledků, stanovená optimální kombinace vstupů a výstupů má jen poznávací – rozměrový význam, nelze z ní přímo odvodit vnitřní strukturu desagregovaných vstupů a výstupů. V případě hledání tohoto optima lze však navržený postup rovněž uplatnit, avšak matematické řešení nelze již znázornit v dvourozměrném prostoru produktů a faktorů a kritéria optimality vztahů produkt – produkt a faktor – faktor budou muset platit pro „n“ výstupů a „m“ vstupů současně. Rozvoj výpočetní techniky taková řešení umožňuje.

## **5. Závěr**

Kategorie multifunkční zemědělství nabývá stále výstižnější obsah, který by měl však respektovat princip úhrady nákladů jejich přínosy. Pro účely této analýzy je v příspěvku koncipován model optimálních vztahů mezi produkčními a ostatními funkcemi zemědělství k naplnění multifunkčního poslání zemědělství vyžadující minimální rozsah vstupů na jejich zabezpečení. V článku je pak dokladováno, že rozšířením modelu o další soustavu rovnic lze odvodit i optimální strukturu desagregovaného výstupu a desagregovaných vstupů. Optimální volba jejich úrovně pak vede k rozvoji konkurenceschopnosti příslušného podniku a následně národohospodářského sektoru.

## **Literatura**

Svatoš, M. a kol.: Agrární politika, PEF ČZU Praha, 2001

Tvrdoň, J. a kol.: Ekonometrie, skriptum PEF ČZU Praha, 2000, ISBN 80-213-0620-3

Debertin, D.: Agricultural Economics, Macmillan, 1986, ISBN 0-02-823069

Tvrdoň, J.: Matematický model nástrojů zemědělské politiky pro regulaci trhů, nepublikovaná přednáška pro ČZU – PEF Praha, 2001

Gardner, B.: Agricultural Policies, Mc.Graw – Hill, 1990