

ŘEŠENÍ OKRUŽNÍHO DOPRAVNÍHO PROBLÉMU METODOU SVAMM SE ZAVEDENÍM UMĚLÉ ASYMETRIE

SOLUTION OF THE TRAVELING SALESMAN PROBLEM USING SVAMM METHOD WITH THE ARTIFICIAL ASYMMETRY

Petr Kučera, Jaroslav Švasta, Ludmila Dömeová

Anotace:

Okružní dopravní problém (ODP) patří do třídy NP-úplných úloh, jejichž počet řešení, ale také čas potřebný k nalezení teoretického optima roste exponenciálně s velikostí dat (u ODP s počtem míst v okruhu). Proto mají při řešení klíčový význam heuristické a aproximativní přístupy. Zde předkládáme modifikaci metody SVAMM, která byla původně koncipována pro úlohu s nesymetrickou maticí sazeb, pro symetrický případ.

Klíčová slova:

Výchozí řešení, redukce matice sazeb, aproximativní změna sazeb, diagonální symetrie, dílčí uzavřená n -tice, Hamiltonův teorém, aproximace kritérií.

Abstract:

The traveling salesman problem (TSP) belongs to the class of NP-complete problems. The number of their solutions and even the time, necessary for finding their theoretical optimum, increases exponentially with the size of input (for TSP the number of cities on the route). Thus heuristic and approximation approaches are crucial for solution. We present a modification of SVAMM method (originally designed for non-symmetric TSP) for the symmetric case.

Keywords:

Initial Solution, Cost Matrix Reduction, Approximation Cost Modification, Diagonal Symmetry, Partial Closed n -tuple, Hamilton Theorem, Criteria Approximation.

ÚVOD

Rozvoj logistiky, PC sítí i informačních databází, v návaznosti na změny v ekonomickém systému, znovu vyvolal nároky na modifikace a aktualizace celé řady algoritmů matematických metod.

Platí to i pro celou skupinu distribučních úloh, včetně skupiny metod pro řešení různých typů tzv. „okružních dopravních problémů“.

U těchto úloh jsou trvalým průvodním a často nezbytným jevem heuristické přístupy a aproximativní metody řešení. Pro rozsáhlejší počet prvků totiž narůstá exponenciálně rozsah prostoru možného řešení, vzhledem k tomu, že jde o úlohy kombinatorického typu. Obecný axiom spočetnosti počtu řešení je transformován na problém reálné spočitatelnosti řešení a jejich komparace.

Lze tudíž říci, že $n!$ pro počty větší než 20, je reálně neverifikovatelný a tudíž se obvykle musíme spokojit s konstatováním, že nalezená aproximace řešení se nachází v „přijatelné“ blízkosti optima, jako postačující.

Od vymezení tzv. m -Hamiltonovské úlohy (kružnice), vznikla celá řada metod, které

se pokoušejí hledat optimální nebo suboptimální řešení okružního dopravního problému (dále jed ODP), na bázi různých přístupů a různých aproximací.

Cílem předloženého příspěvku je navrhnout jednu takovou metodu. Jedná se vlastně o modifikaci již dříve publikovaného přístupu, přičemž účelem je, aby dosahovala lepších výsledků pro nejčastěji se vyskytující typy úloh.

KATEGORIZACE HEURISTICKÝCH PŘÍSTUPŮ K ŘEŠENÍ ODP

Za přibližně 60 let, kdy je ODP problémům věnována teoretická i algoritmická pozornost, vznikla celá řada různých přístupů a metod řešení. V časové posloupnosti uvedme alespoň následující:

- Datzig – převodem na úlohu celočíselného programování
 - Lon-hoi-tong – redukcí síťového grafu
 - Little, Cross a další – analýza možného větvení
 - Chan – minimalizace větví ve stromu sítě
 - Habr – modifikace frekvenční metody s využitím vah frekvencí
 - Barták – omezení počtu vyloučených prvků
 - Mayer – analýza vícetrasových úloh
 - Lin, Kernighan – algoritmus zlepšení výchozího řešení
- a řada dalších.

Široký přehled těchto metod lze nalézt v [5]. Některé z posledních, vyvinutých na KOSA ČZU, jsou uvedeny v [2], [3], [4].

V průběhu výše uvedeného období bylo formulována celá řada heuristik, které měly v podstatě dva hlavní cíle:

- a) Využití znalostní báze k simplifikaci algoritmu metody.
- b) Výchozí redukcí prostoru možného řešení (variant) na efektivně rekognoskovatelný a spočitatelný prostor.

Souhrnně však lze říci, že hlavním smyslem aplikace systémových heuristik je zvýšení míry analogie v chování (vazbách) mezi objektem zkoumání, zavedeným systémem (systémovým řezem objektu) a modelem (obvykle na bázi zvolené ekonomicko-matematické metody).

Jestliže se stručně zamyslíme nad pojmem „heuristika“, s využitím citátu z Akademického slovníku cizích slov. AK.Praha 2000, tak na str. 390 zjistíme tyto tři významové okruhy:

- 1) Odborný – umění vynalézat (ars inveniendi), metodický návod, jakými optimálními prostředky a postupy objevovat nové (myšlenky, fakta, apod.).
- 2) Historický – metoda získávání, shromažďování a třídění historických pramenů a informací.
- 3) Kybernetický – způsob zápisu programu pro samočinné počítače, heuristické programování.

Souhrnně lze konstatovat, že existují různé třídy heuristik, které jsou orientovány dle fází řešení problému. Velmi souhrnně je lze označit takto:

- a) Matematické – vedoucí k simplifikaci algoritmů, zvýšení kvality operandů, zpřesnění kritérií interního rozhodování, aproximace zavedených funkcí atd.
- b) Systémové – ve fázi systémového řezu objektem, redukce prostoru, segmentace, vyloučení konstantních subsystémů a pevných vazeb, výchozí testování vlastností úlohy.
- c) Implementační – doplňkové analýzy a propočty s parametry, nezahrnutými do modelu.
- d) Prediagnostická – ve fázi analýzy vazeb objektu a modelového zobrazení, před dokončením modelu a jeho řešením.

Rozsáhlejší úvahy na toto téma může čtenář nalézt v [1] a [8].

METODA SVAMM

Při hledání přístupů k problému ODP položíme otázku, zda hledáme optimální permutaci uzlů v rámci acyklického síťového grafu, s vyloučením vlastních cyklů uzlů, nebo zda hledáme optimální posloupnost v uzavřeném obvodu spojů mezi uzly?

Řešením této otázky je zřejmě hranově orientovaný graf, formalizovaný do podoby incidenční matice „HOG“ – (hranově orientovaného grafu).

V období 1976-77 byla koncipována metoda označená SVAMM, (Svoz aplikací Maďarské metody), která vycházela z podmínek konkrétního problému svozu dokumentů pro centrální výpočetní středisko velkého zemědělského podniku, viz. [6], [7]. S ohledem na pedagogické aspekty řešení úloh daného typu, autorský kolektiv daného příspěvku rozvíjel další modifikace.

Rozsáhlé kombinatorické úlohy popsaného typu v reálných podmínkách vyžadují zpracování několika desítek až stovek uzlů. Tyto problémy jsou verbálně kvantifikovatelné pouze v maticovém zobrazení. Síťové zobrazení se stává nejenom nepřehledným, ale též nekontrolovatelným.

Metoda SVAMM vycházela z následujících předpokladů:

- a) Lze kombinovat čtyři přístupy k řešení daného problému z hlediska forem zobrazení:
 - a1) Zavedení dynamiky do distribuční úlohy
 - a2) Lze využít vlastnosti incidenční matice síťového, hranově orientovaného grafu s vyloučením prvku hlavní diagonály
 - a3) Na tuto matici (a2) lze současně hledět jako na matici přiřazovacího problému (čtvercová – libovolná, bez specifikace dalších vlastností)
 - a4) Takto koncipovaná matice zobrazuje teoreticky úlohu typu jednookruhový ODP s možností řady modifikací.
- b) Tyto přístupy byly odvozeny z následujících predikcí jednotlivých použitých metod:
 - b1) Incidenční matice síťového grafu:
 - zakázaná zpětná vazba uzlu,
 - libovolné hodnoty vazeb (U_i, U_j),
 - hledání posloupnosti uzlů,
 - jednoduché řešení v rámci metod síťové analýzy.
 - b2) Přiřazovací problém:
 - čtvercová matice úlohy, ve výchozí podobě bez okrajových omezení,
 - silně degenerované řešení obecné distribuční úlohy, tj. právě m prvků v bazickém řešení,
 - algoritmus řešení úlohy jako celku v jednotlivých krocích, (nikoliv dílčích segmentů) a jednoduchost algoritmických operací,
 - jednoduché grafické optimalizační kritérium zabrazitelné pomocí doplňkových koeficientů vazeb,
 - algoritmizovatelnost primární a sekundární redukce včetně možností variant výběru nezávislých prvků s tvorbou řady pomocných kritérií výběru těchto prvků.
 - b3) Okružní dopravní problém
 - čtvercová matice a právě m přiřazení v optimu,
 - nemusí být stanoven U_1 – výchozí bod,
 - uzavřený obvod probíhá horní i dolní trojúhelníkovou maticí,
 - jsou vyloučeny dílčí k-tice uzlových spojů.

Z výše uvedených vlastností kombinace jednotlivých metod vychází i navržená heuristika.

MODIFIKACE METODY SVAMM – PODPŮRNÁ HEURISTIKA ŘEŠENÍ JEDNOTRASOVÉHO ODP

Základní koncepce metody SVAMM pro řešení ODP vycházela z pragmatického předpokladu vlastností uvedených pod b1) a b2) příspěvku.

V případě úplné matice možných oboustranných spojů byla submatice nad diagonálou (horní) základem transponované submatice pod hlavní diagonálou (dolní).

V řadě úloh nastával případ, že řádkové minimum bylo současně minimem sloupcovým. Tato minima, která byla zdrojem pro primární redukci matice, byla ovšem symetrická dle hlavní diagonály, přestože jejich počet splňoval podmínky nezávislosti v rámci tzv. Maďarské metody, známé z řešení přiřazovacího problému.

Tím byla ovšem snížena míra analogie, mezi požadavky přiřazovacího problému a ODP, což bylo řešeno s využitím aproximace typu, iterační prohibitivní sazby, diagonálně symetrických prvků.

Připusťme, že platí následující: "Pokud libovolnou matici incidenčního grafu řádu N , zobrazujícího model ODP, vyřešíme s využitím pravidel „Maďarské metody“, aniž nezávislé nuly byly diagonálně symetrické a libovolná k -tice uzlových vazeb tvořila dílčí uzavřený obvod, jest řešení přiřazovacího problému současně optimálním řešením ODP [7]".

Fakt, že matice přiřazovacího problému blíže nespecifikuje požadavky na vnitřní strukturu, umožňuje v rámci řešení konstrukce výchozího modelu následující změnu soustavy vybraných parametrů, tj. vybraných koeficientů c_{ij} , dle následujícího postupu:

1. V rámci horní submatice stanovíme m minimálních c_{ij} .
2. V rámci dolní submatice stanovíme sloupcová minima.
3. Provedeme primární řádkovou redukci.
4. U prvků ve sloupcích (min. ve sloupci), které jsou diagonálně symetrické s minim. c_{ij} řádků, provedeme změnu $c_{ij} + \text{dif}(j)$. (tj. rozdíl mezi dvěma nejnižšími sazbami ve sloupci). (V praxi to znamená, že vjezd U_i do U_j je odlišný než U_j , U_i , tj., když i je větší než j , je jednosměrný navyšující objezd). Z praktického hlediska to není obvyklá situace (viz okružové, nájezdové, příjezdové trasy křižovatek).
5. Provedeme primární sloupcovou redukci matice.
6. Tím vznikne symetrická primárně redukovaná matice, se kterou ovšem můžeme pracovat jako s maticí výchozí, (nesmíme ovšem zapomenout na souřadnice změněných prvků c_{ij} a dané rozdíly sazeb).
7. Po konečném počtu iteračních kroků nalezneme m nezávislých prvků a provedeme opravu, analýzu výsledného řešení.

Principem předkládané podpůrné heuristiky je tedy umělá asymetrie výchozí matice sazeb umožňující analogicky výhodnější aproximativní strukturu parametrických vazeb než matice symetrická.

Výše uvedená heuristika umožňuje minimalizovat i počet interaktivních použití umělých prohibitivních sazeb. Interaktivní metoda řešení umožňuje současně kombinovat výběr alternativ nezávislých prvků.

Kvantitativní doplňky k danému příspěvku budou demonstrovány v rámci konference.

ZÁVĚR

Pragmatická suboptima, aproximativně blízká optimu v rámci technicky realizovatelných řešení, jsou dnes téměř stejně cenná jako teoretická, avšak obtížně naležitelná optima.

Záleží na úhlu systémového řezu, dle kterého přistupujeme nejenom k vlastní výchozí analýze zkoumaného objektu.

Současně ovšem záleží na stanovené míře simplifikace, bez které se při konstrukci modelů na bázi ekonomicko-matematických metod neobejdeme.

Lze ukázat, že struktura metody vykazuje funkčnost i pro equipotenciální řezy kubické matice sazeb v trojrozměrném vektorovém prostoru. Metodu lze využít i pro oblast volby kritérií s minimalizací kritériálních kontradikcí, jako základ paralelního komparativního postupu hodnocení možných alternativ rozhodnutí.

Literatura:

- [1] Houška M., Švasta J., 2002: The possibilities of the matrix oriented simulation game for the improvement of a teaching process. Sborník konference MND Nitra, FEM SPU v Nitře, ISBN 80-8069-029-4, s. 704-709.
- [2] Kučera P., Dömeová L., 2002: Řešení víceokružového okružního dopravního problému se zřetelem na minimalizaci okruhů. Sborník: Kvantitativne metody v ekonomii a podnikání. Bratislava, FHI EU Bratislava, ISBN 80-225-1589-2, s. 74-77.
- [3] Kučera P., Dömeová L., 2003: Solution of the mltipletours Travelling Salesman Problem with Vehicle Capacity preference. Proceedings of the 21th International Conference Mathematical Methods in Economics 2003, Praha, ISBN 80-213-1046-4, s.171-176.
- [4] Kučera P., Domeová L., 2002: Využití metod pro řešení „bin packing“problému pro okružní dopravní problém. Sborník: SYSTE 02, Systém Engineering, Plzeň, Evida, ISBN 80-86596-06-0, s.135-144.
- [5] Pelikán J., Diskrétní metody v operačním výzkumu. Professional Publishing, Praha 2001.
- [6] Švasta J., 1977: K jednomu dopravnímu problému, Sborník, Řízení VTR v zemědělství, č.2/1977.
- [7] Švasta J., 1978: Příspěvek k systémovému řešení okružního dopravního problému v podmínkách zemědělství. Zemědělská ekonomika (24), č.5, str. 215-231, Praha 1978.
- [8] Švasta J., Kučera P., 2003: Zamyšlení nad třídami heuristik v analýze kombinatoricky orientovaných rozhodovacích prostorů. Sborník mezinárodní vědecké konference, PEF MZLU, Brno, ISBN 80-7157-695-6, s. 250-261

Kontaktní adresa

RNDr. Petr Kučera

Katedra operační a systémové analýzy

Fakulta provozně ekonomická

Česká zemědělská univerzita v Praze

165 21 Praha 6 – Suchbát

tel.: 224382351

email: kucera@pef.czu.cz

Doc. Ing. Jaroslav Švasta

Katedra operační a systémové analýzy

Fakulta provozně ekonomická

Česká zemědělská univerzita v Praze

165 21 Praha 6 – Suchbát

tel.: 224382361

svasta@pef.czu.cz

Ing. Ludmila Dömeová

Katedra operační a systémové analýzy

Fakulta provozně ekonomická

Česká zemědělská univerzita v Praze

165 21 Praha 6 – Suchbát

tel.: 224382374

domeova@pef.czu.cz