

# RŮSTOVÉ MODELY ČESKÉHO STRAKATÉHO SKOTU

Helena Nešetřilová<sup>1</sup>, Jan Pulkrábek<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Česká zemědělská universita v Praze

<sup>2</sup> Výzkumný ústav živočišné výroby, Praha-Uhřetěves

## **Anotace:**

Na souboru býků českého strakatého skotu byly ověřovány vlastnosti 9 různých růstových modelů. Hmotnost zvířat byla sledována v období 30 až 1470 dnů věku. K modelování růstu byly použity tři různé funkce:

A) Gompertzova funkce

$$y_t = A \cdot e^{-b \cdot e^{-kt}}$$

B) funkce

$$y_t = A \cdot t^b \cdot e^{-kt}$$

C) Richardsova funkce

$$y_t = A \cdot (1 - b \cdot e^{-kt})^{-(1/n)}$$

Kromě typu použité funkce byl sledován i vliv chybějících údajů z prvního období života na vlastnosti výsledného modelu.

Z použitých růstových modelů se pro sledovaný soubor jeví nejlépe Richardsova funkce.

## **Summary:**

9 different growth models were checked in a set of bulls of the Czech Pied cattle. Live weight was recorded in the interval of 30 to 1470 days. Three types of functions were used to describe the growth pattern:

A) Gompertz function

$$y_t = A \cdot e^{-b \cdot e^{-kt}}$$

B) function

$$y_t = A \cdot t^b \cdot e^{-kt}$$

C) Richards function

$$y_t = A \cdot (1 - b \cdot e^{-kt})^{-(1/n)}$$

Besides the type of applied function also the impact of missing data from the first period of life was investigated.

Richards function has been found to be the best for the considered data set.

## **Klíčová slova:**

růstové funkce; modelování hmotnosti; český strakatý skot; býci

## **Key words:**

growth functions, live weight models, Czech Pied cattle, bulls

## Úvod

Modelování dynamiky růstu hospodářských zvířat je přínosné jak ze šlechtitelského tak i ekonomického hlediska. Nejčastěji řešenou úlohou bývá modelování změn celkové živé hmotnosti ( $y$ ) v čase ( $t$ ).

V některých případech stačí modelovat růst pouze v určitém období vývoje organismu, tam bývá obvykle snazší dosáhnout shody reálných dat s průběhem růstové křivky. Nalezení funkce, která by dokázala postihnout růst od narození až do dospělosti zvířete, bývá obtížnější. K tomuto účelu jsou často používány některé speciální tříparametrové funkce (např. Gompertzova) nebo čtyřparametrová Richardsova funkce. Gompertzovu funkci použil pro predikci hmotnosti jalovic českého strakatého skotu, černostrakatého nížinného skotu a jejich kříženců Mikšík et al. (1988) a pro modelování růstu býčků českého strakatého skotu od narození do dospělosti Pulkrábek et al. (1985).

Richardsův model byl zpracován Hyánkem (1978) a použit u býčků českého strakatého skotu v období 1 - 15 měsíců Pulkrábek et al. (1980).

Tento příspěvek na uvedené práce navazuje a kromě konstrukce růstového modelu pro býky českého strakatého skotu se též pokouší posoudit vhodnost tří typů růstových funkcí pro tyto účely.

## Materiál a metoda

Konstrukce růstových křivek byla založena na údajích o 101 býcích českého strakatého skotu, u nichž byla sledována hmotnost v časovém rozmezí 30 - 1470 dnů (tj. zhruba do 4 let věku zvířat). Sledovaný úsek zahrnoval období býčků v centrální odchovně (do 14 měsíců) a na inseminačních stanicích plemenných býků. K charakterizování průběhu růstu byly postupně použity tři různé modely

A) Gompertzova funkce

$$y_t = A \cdot e^{-b \cdot e^{-kt}}$$

B) funkce

$$y_t = A \cdot t^b \cdot e^{-kt}$$

C) Richardsova funkce

$$y_t = A \cdot (1 - b \cdot e^{-kt})^{-(1/n)}$$

kde  $y_t$  představuje hmotnost v čase  $t$ . Funkce A a B obsahují tři parametry, funkce C má parametry čtyři. Parametr A u funkcí A a C představuje asymptotickou hmotnost, kterou lze chápat jako průměrnou hmotnost jedince v dospělosti, parametr  $k$  charakterizuje rychlost změny růstu a parametr  $n$  ve funkci C je tzv. tvarový parametr, který určuje polohu inflexního bodu křivky; parametr  $b$  nemá specifický biologický význam.

Poloha inflexního bodu  $(y_I, t_I)$  je jednoznačně určena časem  $t_I$ , který lze pomocí parametrů příslušných funkcí vyjádřit takto:

$$\text{funkce A: } t_I = (1/k) \ln(1/b),$$

$$\text{funkce B: } t_I = (b - |b|)/k,$$

$$\text{funkce C: } t_I = - (1/k) \ln |n/b|.$$

Vzhledem k tomu, že u zvířat v odchovných nebývají vždy k dispozici údaje o hmotnosti v prvním období po narození, byly růstové křivky počítány ve třech variantách: z údajů o hmotnostech od 30, 60 a 90 dnů věku, tak, aby bylo možné posoudit vliv případných chybějících údajů na parametry růstové funkce a kvalitu vyrovnání. Kvalita aproximace byla posuzována indexem determinace

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y - y_t)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}$$

### **Výsledky**

V tabulce I jsou uvedeny odhady parametrů růstových funkcí A, B a C, které byly vypočteny ze stejného datového souboru. Funkce byly vypočteny ve třech variantách (od 30, 60 a 90 dnů věku) postupným vypouštěním dat. To se přirozeně projevilo jak na odhadech parametrů funkcí a jejich variabilitě (která obecně vzrostla), tak na indexu determinace  $R^2$ , jehož hodnota s postupně klesala, i když pokles byl vzhledem k velké variabilitě dat jen málo patrný.

Obecně lze říci, že funkce A (Gompertzova) skutečný průběh růstu v počátečním období nadhodnocuje, na konci sledovaného období mírně podhodnocuje, zatímco funkce B a C (Richardsova) v počátečním období (asi do 120 dnů věku) skutečnou hmotnost podhodnocuje - viz tabulka II. Asymptota funkce C, kterou lze chápat jako hmotnost zvířete v dospělosti, odpovídá požadavkům standardu českého strakatého skotu (950 - 1150 kg). Od 120 dnů téměř do 3 let věku je průběh všech tří funkcí velmi podobný, v průběhu tohoto období jsou odchylky u všech funkcí alternující. Zajímavé je, že průběh funkcí B a C je téměř totožný během celého sledovaného období - viz obr. 1. To naznačuje možnost použít místo modelu C se čtyřmi parametry jednodušší model B, který má parametry jenom tři. Nevýhodou modelu B je však skutečnost, že uvažovaná funkce není rostoucí pro všechny kladné hodnoty  $t$ .

## Odhady parametrů růstových funkcí A, B a C

Funkce A					
od 30 dnů		od 60 dnů		od 90 dnů	
$A = 926.07$	$s_A = 4.126$	$A = 933.11$	$s_A = 4.453$	$A = 941.14$	$s_A = 4.815$
$b = 2.548$	$s_b = 0.017$	$b = 2.502$	$s_b = 0.018$	$b = 2.451$	$s_b = 0.019$
$k = 0.0032$	$s_k = 3.10^{-5}$	$k = 0.0031$	$s_k = 3.10^{-5}$	$k = 0.0030$	$s_k = 4.10^{-5}$
$t_I = 294.6$		$t_I = 296.1$		$t_I = 297.6$	
$R^2 = 0.9737$		$R^2 = 0.9710$		$R^2 = 0.9686$	
Funkce B					
od 30 dnů		od 60 dnů		od 90 dnů	
$A = 1.2513$	$s_A = 0.066$	$A = 1.1462$	$s_A = 0.064$	$A = 1.1125$	$s_A = 0.067$
$b = 1.0217$	$s_b = 0.010$	$b = 1.0379$	$s_b = 0.010$	$b = 1.0434$	$s_b = 0.012$
$k = 0.0006$	$s_k = 2.10^{-5}$	$k = 0.0006$	$s_k = 2.10^{-5}$	$k = 0.0006$	$s_k = 2.10^{-5}$
$t_I = 19.7$		$t_I = 33.1$		$t_I = 37.5$	
$R^2 = 0.9778$		$R^2 = 0.9757$		$R^2 = 0.9731$	
Funkce C					
od 30 dnů		od 60 dnů		od 90 dnů	
$A = 1\ 074.7$	$s_A = 13.91$	$A = 1\ 112.8$	$s_A = 18.39$	$A = 1\ 163.0$	$s_A = 25.71$
$b = 0.9679$	$s_b = 0.011$	$b = 1.0159$	$s_b = 0.008$	$b = 1.0487$	$s_b = 0.005$
$k = 0.0016$	$s_k = 7.10^{-5}$	$k = 0.0014$	$s_k = 8.10^{-5}$	$k = 0.0012$	$s_k = 8.10^{-5}$
$n = 0.8176$	$s_n = 0.034$	$n = 0.9655$	$s_n = 0.040$	$n = 1.1293$	$s_n = 0.049$
$t_I = 102.9$		$t_I = 35.6$		$t_I = -61.7$	
$R^2 = 0.9781$		$R^2 = 0.9760$		$R^2 = 0.9738$	

Tabulka č. 2

**Časový vývoj hmotnosti býků a vyrovnání pomocí funkcí A, B a C (od 30 dnů věku)**

Věk (dny)	Hmotnost (kg)				Chovný cíl u českého strakatého skotu
	skutečná	funkce A	funkce B	funkce C	
30	80.3	91.3	39.8	47.9	
60	102.4	112.7	79.4	82.7	
90	128.4	136.5	118.1	118.6	
120	157.7	162.4	155.9	154.7	
150	188.2	190.4	192.6	190.7	
180	223.9	219.7	228.2	226.1	230
210	260.6	250.4	262.7	260.8	
240	297.5	281.9	296.1	294.6	
270	334.6	314.1	328.5	327.5	
300	370.2	346.5	359.8	359.3	
330	405.6	378.9	390.1	390.1	
360	438.2	411.0	419.3	419.9	430
390	469.7	442.4	447.5	448.6	
420	493.4	473.1	474.8	476.2	
450	510.8	502.9	501.7	502.8	
540	565.7	585.3	574.3	576.4	
630	619.8	656.0	639.6	641.3	
720	681.0	714.7	697.4	698.3	680
810	758.4	762.2	748.4	748.2	
900	812.7	800.0	792.9	791.7	
990	829.5	829.7	831.5	829.6	
1 080	866.3	852.6	864.7	862.6	870
1 170	908.8	870.3	892.7	891.1	
1 260	925.1	883.9	916.1	916.0	
1 350	944.4	894.2	935.2	937.5	
1 410	959.3	899.6	945.8	950.2	
Dospělost					950 - 1150

Poloha inflexního bodu u funkce A je fixována, leží zhruba ve třetině hmotnosti v dospělosti. U sledovaného souboru býků měl inflexní bod funkce A (varianta od 30 dnů) souřadnice  $y_I = 340,7$  kg a  $t_I = 294,6$  dnů, což se přibližně shoduje s výsledky, které uvádějí jiní autoři. Tak např. Šiler et al. (1980) uvádí  $y_I = 300$  kg a  $t_I = 275$  dnů, Pulkrábek et al. (1985) zjistil hodnoty  $y_I = 346$  kg a  $t_I = 313$  dnů). Průběh křivek B a C je velmi plochý, takže funkce reagují na malé změny dat citlivě. Vzhledem k tomu je u menších a středních datových souborů odhad polohy inflexního bodu nepřesný a nemá smysl pokoušet se o jeho biologickou interpretaci ve smyslu předělu mezi autoakcelerační a autoretardační fází růstu.

Závěrem lze uvést, že ze studovaných růstových modelů se jako nejlepší pro sledovaný soubor býků českého strakatého skotu zdá model C (Richardsova funkce), i když jako téměř stejně vhodný se jeví i model B, jehož výhodou je menší počet odhadovaných parametrů a který poněkud méně citlivě reaguje na ztrátu informace v datech. Nevýhodou modelu B je však to, že použitá funkce nemá rostoucí charakter pro všechny kladné hodnoty T. S výjimkou rané a finální fáze růstu je však použitelný i model A (Gompertzova funkce).

## **Literatura**

- Hyánek, J.: Richardsova funkce - počítačový program. Praha - Uhřetěves, VÚŽV 1978.
- Kníže, B. et al.: Analýza rychlosti a ranosti růstu u hospodářských a laboratorních druhů zvířat. [Výzkumná zpráva] Praha - Uhřetěves, VÚŽV 1987.
- Mikšík, J., Pulkrábek, J., Tuček, M., Hyánek, J.: Predikce hmotnosti jalovic na základě Gompertzovy funkce, *Živoč. Výr.* 33, 1988: 105 - 112.
- Pulkrábek, J.- Šiler, R.- Hyánek, J.- Příbyl, J.- Mejsnar, J.- Šafař, P.: Růst býčků českého strakatého plemene, *Živoč. Výr.* 25, 1980: 143 - 151.
- Pulkrábek, J.- Šiler, R.- Tuček, M.- Mejsnar, J.: Růst býčků českého strakatého skotu od narození do dospělosti, *Živoč. Výr.* 30, 1985: 55 - 64.
- Richards, J.F.: A flexible growth function for empirical use, *J. exp. Bot.*, 10, 1959: 290-298.
- Rutledge, J.J.- Robinson, O.W. - Eisen, E.J.- Legates, E.J.: Dynamics of genetic and maternal effects in mice. *J. Anim. Sci.* 35, 1972: 911-921.
- Sager, G.: Mathematische Formulierungen des Wachstums der Körpermasse von Holstein - Rinder. *Arch. Tierz.*, 26, 1983: 23 - 33.
- Šiler, R.- Kníže, B.- Knížetová, H.: Růst a produkce masa u hospodářských zvířat. Praha, SZN 1980

